

Cirkel en lijn

17 maximumscore 8

- De vergelijking $x^2 + y^2 - 6x + 6y = -8\frac{2}{5}$ is te herleiden tot
 $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9\frac{3}{5}$ 1
 - De straal van de cirkel is dus $\sqrt{9\frac{3}{5}}$ ($\approx 3,098$ (of nauwkeuriger)) 1
 - De coördinaten van M zijn $(3, -3)$ 1
 - Een lijn loodrecht op l heeft richtingscoëfficiënt $\frac{1}{4}$ 1
 - $x=3$ en $y=-3$ invullen in $y = \frac{1}{4}x + b$ geeft $b = -3\frac{3}{4}$ (dus een vergelijking van de lijn m loodrecht op l door M is $y = \frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4}$) 1
 - $\frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4} = -4x - 3\frac{3}{4}$ geeft $x=0$ en dit invullen in $y = \frac{1}{4}x - 3\frac{3}{4}$ geeft $y = -3\frac{3}{4}$, dus de coördinaten van het snijpunt van l en m zijn $(0, -3\frac{3}{4})$ 1
 - De afstand tussen $M(3, -3)$ en $(0, -3\frac{3}{4})$, dus van M tot l , is
 $\sqrt{(0-3)^2 + (-3\frac{3}{4} - -3)^2} = \sqrt{9\frac{9}{16}}$ ($\approx 3,092$ (of nauwkeuriger)) 1
 - $9\frac{9}{16} < 9\frac{3}{5}$ (of $\sqrt{9\frac{9}{16}} < \sqrt{9\frac{3}{5}}$) (of $3,092 < 3,098$) (dus de afstand van M tot l is inderdaad kleiner dan de straal van c) 1
- of
- De afstand van M tot l is kleiner dan de straal als l en c twee snijpunten hebben 2
 - Dit is het geval als de vergelijking
 $x^2 + (-4x - 3\frac{3}{4})^2 - 6x + 6(-4x - 3\frac{3}{4}) = -8\frac{2}{5}$ twee oplossingen heeft 1
 - Uit $x^2 + (-4x - 3\frac{3}{4})^2 - 6x + 6(-4x - 3\frac{3}{4}) = -8\frac{2}{5}$ volgt
 $x^2 + 16x^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3\frac{3}{4}x + (3\frac{3}{4})^2 - 6x - 24x - 6 \cdot 3\frac{3}{4} = -8\frac{2}{5}$ 2
 - Hieruit volgt $x^2 + 16x^2 + 30x + 14\frac{1}{16} - 6x - 24x - 22\frac{1}{2} = -8\frac{2}{5}$ 1
 - Hieruit volgt $17x^2 = \frac{3}{80}$ 1
 - (Dit geeft $x = \sqrt{\frac{3}{1360}}$ of $x = -\sqrt{\frac{3}{1360}}$ dus) deze vergelijking heeft twee oplossingen (dus de afstand van M tot l is kleiner dan de straal van c) 1